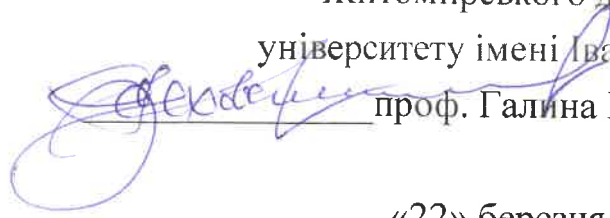


«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Голова приймальної комісії
Житомирського державного
університету імені Івана Франка
проф. Галина КИРИЧУК



«22» березня 2022 року

**ПРОГРАМА ФАХОВОГО ВСТУПНОГО
ВИПРОБУВАННЯ З МАТЕМАТИКИ**

**ДЛЯ ВСТУПУ НА ТРЕТІЙ (ОСВІТНЬО-НАУКОВИЙ) РІВЕНЬ
ВИЩОЇ ОСВІТИ ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 111 МАТЕМАТИКА**

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма вступного іспиту до аспірантури із спеціальності 111 «Математика» відбиває сучасний стан розвитку цієї науки і включає всі її найважливіші розділи, знання яких необхідне висококваліфікованим фахівцям. Вступник до аспірантури із спеціальності 111 Математика має продемонструвати високий рівень теоретичної та практичної підготовки, показати достатній рівень знань загальних питань математики, глибоке розуміння кожного з її розділів, а також уміння застосовувати свої знання для вирішення науково-дослідницьких та прикладних завдань.

Вступник до аспірантури зі спеціальності 111 Математика повинен знати:

- Основні поняття теорії міри, включаючи конструкцію міри Лебега, властивості вимірних множин і функції, теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега тощо;
- Основні поняття і факти функціонального аналізу, зокрема, поняття функціоналу і його норми, теореми про загальний вигляд функціоналів в окремих просторах, означення і приклади лінійних операторів, спектру та резольвенти оператора, теорему Хана-Банаха про продовження функціоналів тощо;
- Основні поняття і факти з теорії ймовірностей, зокрема, означення ймовірності, означення і властивості функції розподілу та щільності розподілу тощо;
- Основні поняття і факти з комплексного аналізу, зокрема, означення приклади та властивості аналітичних функцій, формулу Коші і інтеграл Коші, розклади функцій в ряди Лорана і Тейлора

Вступник до аспірантури зі спеціальності 111 Математика повинен вміти:

- Обчислювати міри множин і доводити їх вимірність;
- Застосовувати теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега;
- Наводити приклади лінійних функціоналів і операторів;
Знаходити норми лінійних функціоналів і операторів;
Знаходити спектр та резольвенту оператора,
- Обчислювати ймовірність випадкової події та знаходити щільність розподілу випадкової величини;
- Перевіряти умови Коші-Рімана аналітичності функцій;
- Розкладати функції в ряди Лорана і Тейлора.

Критерії оцінювання знань
Шкала оцінювання: національна та ЕСТ8

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою екТС	Пояснення
90-100	відмінно	A	відмінне виконання з незначними помилками
82-89	добре	B	вище середніх стандартів, але з певними помилками
75-81	добре	C	загалом змістовна робота зі значними помилками
64-74	задовільно	D	чітко, але зі значними недоліками
60-63	задовільно	E	виконання відповідає мінімальним критеріям
менше 60 балів	незадовільно	F	

Критерії оцінювання знань

Оцінка ECTS	Національна оцінка	
1	2	3
A	90-100	<p><i>Відмінно</i> — високий рівень володіння теоретичними знаннями і практичними вміннями. Усна відповідь правильна, повна, чітка, логічна, послідовна, змістовна, аргументована.</p> <p>Демонстрування ґрунтовних загальноматематичних знань; знання і розуміння всього програмного матеріалу у повному обсязі; послідовний, логічний, обґрунтований, безпомилковий виклад матеріалу, передбаченого питаннями білету; вміння продемонструвати зв'язок між основними теоретичними закономірностями математики та розв'язання практичних завдань в конкретних умовах; грамотне, чітке формування висновків та узагальнень; відсутність помилок, неточностей тощо; обізнаність із сучасною математичною навчальною літературою.</p> <p>Виклад матеріалу здійснюється українською літературною мовою. Вступник проявляв творче, критичне мислення, показує навички практичного використання набутих знань у вирішенні дослідницьких завдань.</p>

В	82-89	<p><i>Добре</i> — достатній рівень оволодіння знаннями навчального матеріалу, вміннями їх практичного впровадження.</p> <p>Демонстрування ґрунтовних загальноматематичних знань; знання і розуміння всього програмного матеріалу у повному обсязі; послідовний, логічний, обґрунтований, безпомилковий виклад матеріалу, передбаченого питаннями білету; вміння продемонструвати зв'язок між основними теоретичними закономірностями математики та розв'язанням практичних завдань у конкретних умовах; вміле формування висновків та узагальнень; допущення окремих несуттєвих помилок або неточностей тощо; обізнаність із сучасною математичною літературою. Усна відповідь правильна, повна, чітка, логічна, послідовна, змістовна, обґрунтована. Вступник володіє понятійно-термінологічним апаратом на достатньому рівні і вміє ним користуватися.</p> <p>Виклад матеріалу здійснюється українською літературною мовою.</p>
---	-------	---

С	74-81	<p><i>Добре</i> — середньодостатній рівень володіння теоретичним матеріалом та готовності до оперування набутими вміннями і навичками. Вступник показав середньодостатній рівень сформованості наукової підготовленості.</p> <p>Усна відповідь правильна, послідовна, змістовна, але допускаються деякі фактичні помилки, неточності. Вступник володіє понятійно-термінологічним апаратом математичної науки на середньо-достатньому рівні, може ним користуватися. Вступник посилається на думки відомих вчених, аналізує, зіставляє, узагальнює, систематизує факти з різних галузей наукового знання, виявляє знання першоджерел.</p> <p>Виклад матеріалу здійснюється українською літературною мовою.</p>
D	64-73	<p><i>Задовільно</i> - виставляється за знання і розуміння тільки основного програмного матеріалу; спрощений виклад матеріалу, передбаченого питаннями білету; вміння продемонструвати зв'язок між окремими теоретичними закономірностями математики та розв'язанням практичних завдань у конкретних умовах; вміле формування основних висновків із узагальнень; допущення окремих суттєвих помилок або неточностей тощо; слабка обізнаність із сучасною математичною літературою.</p>
E	60-63	<p><i>Задовільно</i> — рівень володіння теоретичним матеріалом, практичними вміннями і навичками визначається нижче середнього рівня. Вступник показує нижче середнього рівень сформованості наукової підготовленості. Усні відповіді на більшість питань неповні, не завжди чіткі, допускаються</p>
FX	35-59	<p><i>Незадовільно</i> — виставляється за поверхневе знання і розуміння основного програмного матеріалу; непослідовний виклад матеріалу з допущенням істотних помилок; невміння робити узагальнення та висновки; невміння</p>

F	1-34	<i>Незадовільно</i> — низький рівень знань, відсутність практичних умінь і навичок. Вступник демонструє відсутність сформованості наукової підготовленості, неспроможний дати відповідь на жодне питання білету та на додаткові питання. Не володіє теоретичним матеріалом, неспроможний відтворити
---	------	---

Перелік розділів і тем

Теорія міри. Міра Лебега в R^n . Інтеграл Лебега. Інтеграл Лебега-Стілтєса. Теорема про продовження міри з алгебри на σ -алгебру. Добуток мір та теорема Фубіні. Вимірні функції та їх властивості. Типи збіжності вимірних функцій. Теорема Лебега про граничний перехід під знаком інтеграла. Теорема Єгорова.

Функціональний аналіз. Теорема Кантора про незліченність множини дійсних чисел. Властивості неперервних на компактї функцій. Дослідження на екстремум функцій декількох змінних. Необхідні та достатні умови екстремума. Формула Тейлора для функцій декількох змінних. Заміна змінних та обчислення кратних інтегралів. Формула Стокса та її частинні випадки. Принцип стислих відображень в метричних просторах. Критерій компактності в скінченновимірних просторах. Критерій компактності в просторї неперервних функцій (теорема Асколі-Арцела). Повні метричні простори. Принцип вкладених куль. Лінійні неперервні функціонали. Теорема Хана-Банаха. Теорема Ф. Рїсса про загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів на просторї неперервних функцій. Оператори Гїлберта-Шмїдта та інтегральні оператори. Обернений оператор. Теорема Банаха про обернений оператор. Ряди Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.

Теорія ймовірностей. Аксиоми теорії ймовірностей. Основні дискретні розподїли. Випадкові величини, функції розподїлу. Нормальний розподїл та його основні властивості. Нерівність Чебишова. Закон великих чисел. Підсилений закон великих чисел. Характеристичні функції та їх основні

властивості. Центральна гранична теорема. Біноміальний та пуассонівський розподіли. Марковські процеси. Процес Пуассона. Процес Вінера. Півгрупи операторів. Інфінітезимальний оператор. Півмарковські процеси. Марковські еволюції.

Комплексний аналіз. Аналітичні функції. Умови Коші-Рімана. Інтеграл функції комплексної змінної. Інтегральна формула Коші. Ряд Лорана, особливі точки. Мероморфні функції. Теорія лишків. Обчислення інтегралів за допомогою лишків.

Список літератури

1. Дороговцев А. Я. Элементы общей теории меры и интеграла. — К.: Факт, 2007. — 164 с.
2. Халмош П. Теория меры. — М.: Изд-во „Факториал-пресс”, 2003. — 256 с.
3. Богачев В.И. Основы теории меры. Т. 1,2. — Москва-Ижевск; НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2006. — 584 с. (Т. 1), 680 с. (Т. 2).
4. Партасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983. — 344 с.
5. Березанский Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель З. Г. Функциональный анализ. Курс лекций. — К.: Выща школа, 1990. — 600 с.
6. Колмогоров А. Н, Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2004. — 572 с.
7. Садовничий В. А. Теория операторов. Учебное пособие. Москва. Изд-во московского унив, 1986. — 368 с.
8. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: Вища школа, 1979. — 408 с.
9. Карташов М. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. — К.: ТВіМС, 2004. — 306 с.
10. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т 1,2. М.:Мир, 1984.

11. Гіхман Й. И., Скороход А. В., Ядренко М. Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач. К.: Вища школа, 1980. — 430 с.
12. Михайленко В. В. Теорія ймовірностей, математична статистика та випадкові функції. Курс лекцій: Навчальний посібник. — Житомир: ЖІТІ, 2003. — 292 с.
13. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теорий функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2008. - 688 с.
14. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. СПб.: Лань, 2004. - 800 с.
15. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009. - 432 с.
16. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 336 с.

Голова предметної екзаменаційної комісії,

завідувач кафедри математичного

аналізу, бізнес-аналізу та статистики



Євген СЕВОСТ'ЯНОВ