

АНОТОВАНИЙ ЗВІТ

за завершеним фундаментальним науковим дослідженням, виконання якого здійснювалось у 2016–2018 роках

Назва: Моногенні функції у банахових алгебрах та крайові задачі аналізу і математичної фізики

Керівник дослідження: Герус Олег Федорович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Номер державної реєстрації: 0116U001528

Номер облікової картки заключного звіту: 0219U003212

Найменування організації-виконавця: Житомирський державний університет імені Івана Франка

Назва пріоритетного тематичного напрямку організації-виконавця: Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави. 1.1. Найважливіші проблеми фізико-математичних і технічних наук

Строки виконання: початок - 01.02.2016, закінчення - 31.12.2018.

Обсяг коштів, виділених на виконання НДР за весь період (згідно із запитом / фактичний) 600/640,61 тис. грн.

1. КОРОТКИЙ ЗМІСТ ЗАПИТУ (до 40 рядків тексту):

1.1. Проблема, на вирішення якої було спрямовано дослідження, обґрунтування щодо актуальності.

Розвиток аналізу в банахових алгебрах, дослідження структурних і межових властивостей моногенних, гіперголоморфних та гіпергармонічних функцій зі значеннями в цих алгебрах. Розвиток конструктивних методів побудови розв'язків диференціальних рівнянь з частинними похідними, що описують просторові потенціальні поля та поля пружних деформацій і зміщень, в термінах гіперкомплексних моногенних функцій, асоційованих з цими полями. Розвиток нових методів розв'язання крайових задач математичної фізики та плоскої теорії пружності, що базуються на вивченні межових властивостей гіперкомплексних моногенних функцій.

1.2. Об'єкт і предмет дослідження.

- **об'єкт дослідження:** моногенні функції у просторових та багатовимірних алгебрах;

- **предмет дослідження:** аналоги інтегральної теореми Коші та інтегральної формули Коші; аналог теореми про логарифмічний лишок; аналог теореми Руше; межові та гладкісні властивості гіперкомплексних аналогів інтеграла типу Коші; конструктивні методи побудови розв'язків диференціальних рівнянь з частинними похідними; алгебраїчно-аналітичні властивості моногенних функцій; мономорфізм між алгебрами моногенних функцій при переході від одного базису до іншого; крайова задача типу Шварца.

1.3. Мета і основні завдання дослідження.

- **мета дослідження:** розвиток теорії моногенних функцій у просторових та багатовимірних алгебрах та зведення крайових задач для моногенних функцій до крайових задач математичної фізики, теорії пружності та суміжних наук.

- **основні завдання дослідження:** на основі вивчення алгебраїчно-аналітичних властивостей моногенних функцій, що задані в комутативних асоціативних банахових алгебрах при відповідно вибраних в них базисах, розробка нових методів дослідження та розв'язання крайових задач як самої теорії функцій гіперкомплексної змінної, так і суто прикладних задач для рівнянь з частинними похідними. Встановлення мономорфізму між алгебрами моногенних функцій в комутативних банахових алгебрах при зміні базису. Дослідження межових властивостей гіперкомплексного інтеграла типу Коші.

1.4. Коментар. (надати обов'язково у випадку, якщо відбувалися коригування мети, предмету дослідження, основних завдань, відхилення від запланованого календарного плану роботи). –

2. ОПИС ПРОЦЕСУ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ (до 50 рядків тексту):

2.1. Описати підходи щодо проведення досліджень, обґрунтувати їх новизну. Застосовувався алгебраїчно-аналітичний підхід до основних еліптичних рівнянь математичної фізики (двовимірне бігармонічне рівняння, просторове рівняння Лапласа, рівняння для просторових осесиметричних потенціалів і функції течії Стокса), що полягає, зокрема, у використанні комутативних асоціативних банахових алгебр, у яких моногенні функції задовольняють задані рівняння з частинними похідними. В переважній більшості попередніх робіт вітчизняних та зарубіжних вчених з подібною метою застосовувалися гіпераналітичні функції, задані в некомутативних алгебрах (насамперед, у алгебрі кватерніонів). Перевага алгебраїчно-аналітичного підходу, що базується на використанні комутативних алгебр, полягає в тому, що моногенні функції в таких алгебрах, у свою чергу, утворюють функціональні алгебри, що значно розширює конструктивні можливості для побудови розв'язків відповідних рівнянь з частинними похідними.

2.2. Розкрити основні ідеї дослідження, яким чином вони втілювались.

Ідея алгебраїчно-аналітичного підходу до основних еліптичних рівнянь математичної фізики втілювалась шляхом спеціального вибору гіперкомплексних комутативних алгебр, які найбільш природньо відповідали б розглядуваним рівнянням з частинними похідними. Цей природній зв'язок між рівняннями і відповідними їм алгебрами базується на тому факті, що для моногенних функцій, заданих у зазначених алгебрах, саме з умови моногенності (аналог умов Коші–Рімана) випливають розглядувані рівняння, а значить, компоненти розкладу (за базисом алгебр) моногенних функцій є розв'язками заданих рівнянь з частинними похідними. На основі застосування зазначеного алгебраїчно-аналітичного підходу до основних еліптичних рівнянь математичної фізики розвинено аналоги теорії аналітичних функцій у багатовимірних (у тому числі і нескінченновимірних) алгебрах і розроблено нові методи розв'язання крайових задач як самої теорії функцій гіперкомплексної змінної, так і прикладних задач плоскої теорії пружності, пов'язаних з бігармонічними потенціалами, та крайових задач для просторових осесиметричних потенціальних течій рідини.

2.3. Навести основні гіпотези, які лягли в основу дослідження, як вони підтверджувались або спростовувались, перетворювались на теорію чи концепцію.

Знайшла підтвердження гіпотеза авторів проекту про те, що застосування гіперкомплексних потенціалів до розв'язання крайових задач для бігармонічного рівняння, пов'язаних з основними задачами плоскої теорії пружності, дає можливість у загальному випадку зводити ці задачі до інтегральних, а не інтегро-диференціальних рівнянь, як це було відомо раніше. Гіпотеза, що для будь-якого рівняння з частинними похідними є своя алгебра, для якої розв'язок цього рівняння тісно пов'язаний з поняттям моногенної в цій алгебрі функції, знайшла нові підтвердження на розглянутих у процесі дослідження алгебрах.

2.4. Представити нові або оновлені методи та засоби, методика та методологію досліджень, що створені авторами у ході виконання роботи; обґрунтувати, чим вони відрізняються від наявних.

Розроблено методи зведення основної бігармонічної задачі і відповідної їй крайової задачі типу задачі Шварца для моногенних функцій зі значеннями у комутативній бігармонічній алгебрі до системи інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду на дійсній прямій. Для канонічних областей розв'язки вказаних задач знайдено у вигляді гіперкомплексних інтегралів Шварца. В результаті розроблено новий (суто гіперкомплексний) метод розв'язання задач плоскої теорії пружності, причому це зроблено для областей, межі яких належать більш широким класам, ніж ті, що раніше розглядались у плоскій теорії пружності.

2.5. Описати особливості структури та складових проведення дослідження.

Дослідження велось за такою схемою: огляд та вивчення всіх напрацювань за тематикою досліджень; постановка конкретних завдань; формулювання робочих гіпотез за кожним

завданням; розробка методів і засобів для перевірки чи спростування гіпотез; оформлення отриманих результатів з дотриманням сучасних вимог математичної строгості.

3. ОДЕРЖАНІ НАУКОВІ РЕЗУЛЬТАТИ (до 100 рядків тексту)

3.1. Результати етапів (відповідно до технічного завдання) відобразити у таблиці:

Таблиця 1

Номер етапу, строки	Назва етапу згідно з технічним завданням	Заплановані результати	Отримані результати
№ 1. З 01.02.2016 по 31.12.2016	Моногенні функції у банахових алгебрах.	Доведення аналога інтегральної формули Коші для кватерніонних гіперголоморфних функцій просторової змінної, дослідження його аналітичних та межових властивостей. Встановлення конструктивних описів моногенних функцій (як у скінченновимірних, так і в нескінченновимірних комутативних банахових алгебрах), асоційованих з плоским бігармонічним рівнянням та з багатовимірним рівнянням Лапласа. Отримання конструктивного опису усіх моногенних функцій в довільній скінченновимірній комутативній асоціативній алгебрі над полем комплексних чисел в термінах аналітичних функцій комплексної змінної.	Для моногенних функцій в довільній комутативній алгебрі доведено аналогі інтегральної теореми та інтегральної формули Коші, доведено аналог теореми Морера, побудовано гіперкомплексне подання аналітичних розв'язків одного рівняння гідродинаміки. Доведено просторовий аналог інтегральної теореми Коші для кватерніонних гіперголоморфних функцій просторової змінної. Отримано конструктивний опис усіх моногенних функцій у довільній скінченновимірній асоціативній алгебрі над полем комплексних чисел в термінах голоморфних функцій комплексної змінної. Отримано конструктивний опис G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів в термінах аналітичних функцій комплексної

		<p>змінної. Доведено аналоги класичних інтегральних теорем для G-моногенних відображень зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів. Доведено еквівалентність різних означень G-моногенного відображення. Обчислено логарифмічний лишок моногенних функцій в тривимірній комутативній асоціативній комплексній банаховій алгебрі з одновимірним радикалом. Для областей, межі яких належать більш широким класам, ніж ті, що раніше розглядались у плоскій теорії пружності, основну бігармонічну задачу і відповідну їй крайову задачу типу задачі Шварца для моногенних функцій зі значеннями у бігармо-нічній алгебрі зведено до системи інтегральних рівнянь Фредгольма. Для канонічних областей знайдено у вигляді гіперкомплексних інтегралів Шварца розв'язки задачі типу задачі Шварца, асоційованої з певною крайовою задачею зі зміщеннями у</p>
--	--	---

			<p>випадку пружного ізотропного середовища. Опубліковано 7 статей в журналах, що входять до бази Scopus, та 1 у іншому фаховому журналі. Захищена одна магістерська робота.</p>
<p>№ 2. 3 01.01.2017 по 31.12.2017</p>	<p>Структурні та конструктивні властивості гіперголоморфних та моногенних функцій.</p>	<p>Доведення оцінки типу Зигмунда для модуля неперервності сингулярного кватерніонного інтеграла Коші на спрямлюваній нерегулярній поверхні через модуль неперервності щільності інтеграла. Встановлення формул Сохоцького – Племеня для гіперкомплексних аналогів інтеграла типу Коші у гармонічних алгебрах з урахуванням геометрії областей, що визначається дільниками нуля вказаних алгебр. Доведення аналогів інтегральної теореми та інтегральної формули Коші для моногенних функцій в довільній скінченновимірній комутативній асоціативній алгебрі над полем комплексних чисел. Відшукання максимуму добутку внутрішніх радіусів неперетинних областей, які містять точки одиничного круга, та максимуму добутку узагальнених внутрішніх радіусів</p>	<p>В теорії гіперголоморфних функцій просторової змінної доведено верхню оцінку типу Зигмунда для модуля неперервності сингулярного кватерніонного інтеграла Коші на спрямлюваній нерегулярній поверхні через модуль неперервності щільності інтеграла та метричну характеристику поверхні інтегрування. В тривимірній комутативній банаховій алгебрі з одновимірним радикалом встановлено достатні умови існування межових значень гіперкомплексного аналога інтеграла типу Коші та доведено аналогі формул Сохоцького-Племеня для них. Розв'язано відкриту проблему В. М. Дубініна про відшукання максимуму добутку внутрішніх радіусів скінченної сукупності</p>

		<p>неперетинних поліциліндричних областей.</p>	<p>неперетинних областей, які містять точки одиничного кола. У багатовимірному комплексному просторі розв'язано задачу про добуток степенів узагальнених конформних радіусів неперетинних областей з полюсами на межі полікруга. Доведено формули для продовження голоморфних функцій комплексної змінної та диференційовних за Гато функцій трьох змінних в нескінченновимірну комутативну алгебру над полем дійсних чисел. Методом гіперкомплексного аналізу знайдено точні розв'язки одного рівняння гідродинаміки. Досліджено поліноми Фібоначчі в довільній алгебрі. Для опуклих областей багатовимірного комплексного простору розв'язано питання про співвідношення між контурним та тілесним модулями неперервності голоморфних функцій. Основну бігармонічну задачу, бігармонічну задачу і відповідну їм крайову задачу типу</p>
--	--	--	---

		<p>задачі Шварца для моногенних функцій зі значеннями у бігармонічній алгебрі зведено до системи інтегральних рівнянь Фредгольма. Знайдено постановку і розв'язано крайову задачу типу задачі Шварца для моногенних функцій зі значеннями у бігармонічній алгебрі, що зводиться до крайової задачі типу задачі зі зміщеннями плоскої теорії ізотропного тіла. Крайову задачу типу задачі зі зміщеннями і відповідну їй крайову задачу типу задачі Шварца зведено до системи інтегральних рівнянь Фредгольма. Для більш широкого, ніж раніше, класу областей доведено однозначну розв'язність такої системи. Встановлено достатні умови одновимірності певного гладкого простору розв'язків системи інтегральних рівнянь Фредгольма. Досліджено нові властивості випадкових інтегральних операторів, що діють у просторі квадратично інтегровних функцій на дійсній осі. Опубліковано 7 статей в журналах,</p>
--	--	---

			що входять до бази Scopus, 5 статей у інших фахових журналах, 6 тез конференцій. Підготовлено до захисту дві магістерські роботи та одна кандидатська дисертація.
№ 3. 3 01.01.2018 по 31.12.2018	Потенціали і крайові задачі.	Виведення операторних рівнянь для просторових потенціалів, породжених гіперкомплексним інтегралом типу Коші. Доведення формул, що пов'язують точкові спектри цих потенціалів. Розробка нового методу розв'язання крайових задач плоскої теорії пружності з використанням гіперкомплексних бігармонічних потенціалів та редукція крайових задач до інтегральних рівнянь Фредгольма за розширених умов на межу області та задані функції. Доведення аналога теореми про логарифмічний лишок для моногенних функцій та аналога теореми Руше. Розв'язання крайової задачі типу Шварца для моногенних функцій.	Виведено операторні рівняння для просторових потенціалів, породжених гіперкомплексним інтегралом типу Коші. Доведено формули, що пов'язують точкові спектри цих потенціалів. Розроблено метод зведення крайових задач типу Шварца для моногенних функцій, асоційованих з бігармонічними потенціалами і крайовими задачами плоскої теорії пружності, до інтегральних рівнянь Фредгольма за розширених умов на межу області та задані функції. Розроблено новий метод розв'язування лінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними зі сталими коефіцієнтами. Знайдено клас плоских ортотропних тіл (ортотропних деформацій), для яких кожна компонента вектора-розв'язку системи

		<p>рівнянь рівноваги Ляме відносно вектору зміщень (за умови відсутності масових сил) задовольняє рівняння для функції напружень. Знайдено усі базиси двовимірних комутативних алгебр з одиницею над полем комплексних чисел, що асоційовані з рівняннями функції напружень для певного класу ортотропних плоских деформацій. Знайдено опис (у явному вигляді) усіх моногенних функцій, які у якості фіксованої дійснозначної компоненти мають даний розв'язок рівняння функції напружень для певного класу ортотропних дефор- мацій у випадку обмеженої однозв'язної області. Знайдено алгоритм побудови класу розв'язків системи рівнянь рівноваги Ляме відносно вектору зміщень (за умови відсутності масових сил) для певних ортотропних тіл у вигляді лінійних комбінацій дійснозначних компонент функцій для моногенних функцій. Знайдено постановки задач для моногенних функцій типу задачі</p>
--	--	---

		<p>Шварца, так звані крайові (k-m)-задачі, до яких зводяться крайові задачі плоскої ізотропної теорії пружності. Крайову (1-4)-задачу розв'язано у явному вигляді для круга за допомогою гіперкомплексних аналогів інтегралів Шварца. Крайова задача типу задачі зі зміщеннями плоскої теорії ізотропного тіла зведена до крайової (1-4)-задачі для моногенних функцій зі значеннями у бігармонічній алгебрі. Знайдено явну формулу розв'язку однорідної крайової (1-4)-задачі у випадку обмежених і необмежених однозв'язних областей. Крайову задачу типу задачі зі зміщеннями і відповідну їй крайову (1-4)-задачу у зведено до системи інтегральних рівнянь Фредгольма, причому доведено однозначну розв'язність такої системи. Це зроблено для областей, межі яких належать більш широким класам, ніж ті, що раніше розглядались в плоскій теорії пружності. Досліджено і обчислено логарифмічний лишок моногенних функцій в</p>
--	--	---

			<p>комутативній асоціативній комплексній банаховій алгебрі з одновимірним радикалом. Показано, що він залежить від нулів функцій, їх особливих точок і точок, в яких функції приймають значення в ідеалах алгебри. Показано, що він може бути гіперкомплексним числом.</p> <p>Доведено аналоги інтегральних теорем Коші для поверхневого та криволінійного інтегралів від G-моногенних відображень зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів, а також аналоги інтегральної формули Коші, теорем Морера, Тейлора і Лорана.</p> <p>Опубліковано 5 статей в журналах, що входять до бази Scopus, 4 статті у інших фахових журналах, 3 тези конференцій, навчальний посібник. Захищено 3 дипломні та 3 магістерські роботи та одна кандидатська дисертація.</p> <p>Підготовлені до захисту одна докторська та одна PhD дисертації.</p>
--	--	--	--

3.2. Визначити, чи одержане нове знання та нове розуміння предмету дослідження, і сформулювати, у чому саме вони полягають. Розкрити зміст одержаного знання у вигляді детального представлення нових положень, суджень. Докладно розкрити форми

одержаних результатів – навести описи теорій, концепцій, закономірностей, моделей, властивостей, механізмів які створено, змінено та/або доповнено у роботі.

Одержане нове знання про моногенні функції в довільній комутативній алгебрі у вигляді аналогів інтегральної теореми та інтегральної формули Коші, аналога теореми Морера. Одержане нове знання про моногенні функції у довільній скінченновимірній комутативній асоціативній алгебрі над полем комплексних чисел у вигляді конструктивного опису усіх таких функцій в термінах голоморфних функцій комплексної змінної. Одержане нове знання про G -моногенні відображення зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів у вигляді конструктивного опису в термінах аналітичних функцій комплексної змінної. Одержане нове знання про основну бігармонічну задачу і відповідну їй крайову задачу типу задачі Шварца для моногенних функцій зі значеннями у бігармонічній алгебрі у вигляді системи інтегральних рівнянь Фредгольма. Результати одержані у формі строгих математичних моделей, в рамках яких властивості досліджуваних об'єктів формулюються у вигляді теорем та строгих їх доведень.

3.3. Визначити, які із результатів і як само були науково обґрунтовані та доведені, як вони пов'язані із закономірностями організації та розвитку природи, суспільства людини, їх взаємозв'язків. Чи є одержані результати достатньо надійними для різних контекстів застосування та використання.

Всі без винятку результати були обґрунтовані на рівні сучасних вимог математичної строгості. Вони описують фізичні закономірності природи і цілком надійні у всіх контекстах застосування та використання.

3.4. Довести наукову новизну результатів на основі їх змістовного порівняння з існуючими аналогами у світовій науці, посилаючись на конкретні публікації. Список цих публікацій навести у Додатку 1. Довести переваги отриманих наукових результатів над аналогами, розмежуватись із суміжними науковими напрацюваннями світової спільноти вчених.

Наукова новизна в роботі 1 таблиці 2. В роботі 1 додатку 1 розглядаються функції, які визначені у всій алгебрі, а у нас функції визначені лише в області деякого підпростору алгебри (це принципова різниця). Зокрема, у нас може бути випадок, який співпадає з Рінглембом, але його результати на наш випадок не поширюються. По-друге, у Рінглеба немає ніякого конструктивного опису, а лише виписані аналоги умов Коші-Рімана, причому у тому випадку, що зазначалося вище. Тоді як у нас виписані аналоги умов Коші-Рімана для більш широкого класу функцій та ще й ця система повністю розв'язана у довільній комутативній алгебрі. У роботі 2 також лише виписані аналоги умов Коші-Рімана, але ця система не розв'язана. У статті 3 знайдено умови на базисні вектори тривимірної комутативної асоціативної алгебри за який моногенна функція задовольняє тривимірне рівняння Лапласа. У нас знайдемо умову на базисні вектори алгебри, коли моногенна функція задовольняє довільне лінійне диференціальне рівняння в частинних похідних зі сталими коефіцієнтами у якого похідна у всіх доданках одного і того ж порядку. У роботі 4 описано деякий клас (але не всі) моногенних функцій зі значеннями у тривимірних гармонічних алгебрах (таких алгебр три). А у нас отримано конструктивний опис моногенних функцій зі значеннями в довільній комутативній асоціативній алгебрі. Так само в роботах 5 - 9 отримано конструктивний опис моногенних функцій зі значеннями у конкретних комутативних алгебрах, а у нас те ж саме отримано у довільній алгебрі.

Наукова новизна в роботі 2 таблиці 2. У роботі 10 додатку 1 доведено аналог теореми Коші для функцій, моногенних за Лорхом, тоді як у нас доведено аналог теореми Коші для функцій, моногенних за Гато (тобто для ширшого класу функцій). Крім того, у нас є аналог формули Коші, чого немає у Лорха. І для багатьох випадків наведено точне значення константи у формулі Коші. У статті 11 додатку 1 є аналог теореми Коші для випадку опуклої області і є аналог формули Коші для плоскої кривої. Тоді як у нас доведено теорему Коші для довільної області (не лише для опуклої), і формулу Коші для просторової кривої (а не плоскої). Також у нас є аналог теореми Морера, чого немає у Лорха і у Блюма. У статті 12 додатку 1 доведено теорему і формулу Коші у спеціальній тривимірній алгебрі, а в нашій статті це зроблено у довільній комутативній асоціативній алгебрі. У роботі 13 додатку 1 доведено формулу Коші у деяких алгебрах малої розмірності, тоді як у нас – в довільній алгебрі. Причому у Гончарова розглядалися алгебри над дійсним полем, а у нас – над комплексним. У роботі 14 додатку 1 наведено теорему і формулу Коші для гладкої кривої і коли функція задовольняє умови теореми Стокса (тобто, функція неперервна разом з частинними похідними першого порядку). А у нас ці результати доведено при більш слабких умовах. Зокрема, крива не гладка, а спрямлювана і функція моногенна (тобто не вимагається неперервності частинних похідних).

Наукова новизна в роботі 3 таблиці 2. У кватерніонному аналізі існує декілька різних класів диференційовних функцій. Деякі з них розглядалися в роботах 15 – 25 додатку 1. У нашій статті введено такий клас кватерніонних диференційовних функцій (G -моногенні), який не співпадає з іншими відомими класами функцій (роботи 15 – 25 додатку 1). Крім того, всі ці класи функцій перетинаються. Більше того, запропонований нами клас функцій пов'язаний з цілим класом диференціальних рівнянь з частинними похідними, в той час, як інші класи функцій пов'язані з конкретним диференціальним рівнянням або системою диференціальних рівнянь. Ми описали усі функції із запропонованого класу кватерніонних функцій і показали їх зв'язок з диференціальними рівняннями в частинних похідних. Все пророблено на прикладі тривимірного рівняння Лапласа.

Наукова новизна в роботі 4 таблиці 2. Введений нами клас G -моногенних відображень не співпадає з іншими відомими класами кватерніонних диференційовних функцій. Тому й інтегральні теореми не впливають з відомих результатів, а потребують свого узагальнення. Це і зроблено в даній статті. У роботі 17 додатку 1 введено клас так званих F -регулярних функцій (які не співпадають з нашим класом G -моногенних функцій), а у статті 26 доведено аналоги теорем Коші для F -регулярних функцій. У роботах 18, 25, 27, 28 додатку 1 також доведено аналоги теореми Коші, але всі вони для інших класів функцій. А саме, у статті 18 додатку 1 теорема Коші доведена для гіперголоморфних функцій (що належать ядру оператора Дірака) за умови, коли функція задовольняє умови теореми Стокса (має неперервні частинні похідні), а у статті 25 додатку 1 узагальнено результат із 18 додатку 1 на випадок, коли компоненти функції лише диференційовні (не вимагається неперервність перших частинних похідних). У роботі 27 додатку 1 теорему Коші доведено для S -регулярних функцій, які знову не співпадають з нашим класом G -моногенних функцій. Результати роботи 28 додатку 1 стосуються комутативних алгебр, але ми змогли узагальнити методи Блюма і використати їх у не комутативній алгебрі кватерніонів.

Наукова новизна в роботі 5 таблиці 2. В роботах 29 – 33, 35 – 40 додатку 1 наведено різні підходи до визначення кватерніонних моногенних функцій. В деяких із цих робіт певні підходи повторюються або з часом виявилось, що певні із визначених класів співпадають. Але введені в нашій роботі H -моногенні відображення не співпадають з відомими раніше

класами функцій. Це впливає з того, що наші умови Коші-Рімана не співпадають з умовами Коші-Рімана в роботах 29 – 40 додатку 1. В роботах 36, 37 додатку 1 розвивається ідея Хаусдорфа з роботи 30 додатку 1, де автори певним чином визначають H -аналітичну функцію в довільній алгебрі. При цьому доведено деякі загальні властивості введених ними H -аналітичних функцій. А ми використали ідею робіт 36, 37 додатку 1 і застосували підхід Хаусдорфа до кватерніонних відображень спеціального виду (H -моногенні відображення). Це дало нам можливість встановити кілька важливих властивостей H -моногенних відображень. Також ми встановили зв'язок між H -моногенними відображеннями і введеними нами G -моногенними відображеннями. Завдяки цьому ми встановили 5 еквівалентних означень G -моногенного відображення. Варто зазначити, що в жодній з робіт 29 – 40 додатку 1 нема ніякого порівняння одного класу диференційовних функцій з іншим.

Наукова новизна в роботі 6 таблиці 2. Робота не має аналогів, оскільки автори статті розробили оригінальний метод, що базується на поєднанні класичної теорії потенціалу і гіперкомплексного аналізу у комутативних банахових алгебрах. Схожі за ідеологією дослідження крайових задач для рівнянь у частинних похідних та еліптичних систем проводились Солдатовим А. П. та його учнями (див. роботи 41 – 45 додатку 1), але їх дослідження мають ряд особливостей. Розглянемо порівняння цих особливостей з результатами нашої роботи: 1) у більшості їх робіт порядок рівняння (еліптичної системи) не перевищує двох (у нас порядок рівняння дорівнює чотирьом); 2) у якості алгебри чи алгебраїчної системи в них розглядається (неявно) матричне зображення як еліптична система (ми ж не оперуємо матричними зображеннями); 3) замість поняття моногенності у них розглядається поняття *аналітичності за Дуглісом*; у випадку, коли еліптична система відповідає комутативній алгебрі це поняття аналогічне поняттю «умова типу Коші-Рімана», хоча вимагає від функцій гладкості більшу на одиницю; 4) формулювання крайових задач здійснюється у просторах Гьольдера та Гарді (ми ж отримали результати для бігармонічної задачі при істотно ширших припущеннях про гладкість області та функцій-розв'язків, яких ще не знала світова наука); 5) в доведеннях основних результатів широко застосовується матричний аналіз (у нас – математичний аналіз); 6) застосування алгебраїчних методів приводить до громіздких формулювань (наш функціонально-аналітичний підхід приводить до лаконічних результатів); 7) постановка задачі Шварца Ніколаєвим В. Г. та Солдатовим А. П. для аналітичних за Дуглісом функцій та комплексних матриць другого порядку співпадає, з точністю до гладкості (у Ніколаєва В. Г. та Солдатова А. П. вимагається вища гладкість), з нашою постановкою крайової (1-3)-задачі для моногенних функцій типу задачі Шварца.

Наукова новизна в роботі 7 таблиці 2. В роботах 48, 49 додатку 1 розглядалися нескінченновимірні комутативні алгебри, пов'язані з тривимірним рівнянням Лапласа. У нашій роботі вивчається нескінченновимірний векторний топологічний простір з комутативним множенням, який містить іншу нескінченновимірну алгебру ніж у роботах [48,49]. У роботі [50] розглядалось певне продовження голоморфних функцій комплексної змінної. В нашій роботі розглядається моногенне продовження функцій гіперкомплексної змінної. Аналогів такому результату у світі не існує.

Наукова новизна в роботі 10 таблиці 2. (1-4)-задачу зведено до системи інтегральних рівнянь Фредгольма та доведено її однозначну розв'язність. Межа області належить значно ширшому класу, ніж той, що розглядається у класичній теорії пружності (див. роботи 51-52 додатку 1). Дана робота розвиває методику розв'язання (1-3)-задачі роботи [8] (див. Табл. 2) стосовно (1-4)-задачі. Усі одержані результати є новими.

Наукова новизна в роботі 14 таблиці 2. Логарифмічні лишки моногенних (неперервних і диференційовних за Гато) функцій вивчалися в таких алгебрах як бігармонічна алгебра (див. Гришук і Плакса 46 додатку 1) та тривимірна комутативна алгебра з двовимірним радикалом (див. Плакса і Шпаківський 47 додатку 1). Зокрема, автори вказаних робіт порахували логарифмічний лишок і довели що він є завжди цілим числом. Як альтернативу алгебрам з робіт 46 і 47 додатку 1, ми розглянули тривимірну комутативну алгебру з одновимірним радикалом в якій, слід зазначити, дільники нуля утворюють складнішу множину ніж ті множини в алгебрах з робіт 46 і 47 додатку 1, що призводить до принципових складнощів у вивченні моногенних функцій та їх властивостей. Незважаючи на це, ми порахували логарифмічний лишок моногенних функцій і довели що він залежить від нулів, особливих точок, і точок в яких функції приймають значення в ідеалах алгебри. Крім того, ми показали що логарифмічний лишок може бути і гіперкомплексним числом, чого не могло бути в алгебрах розглянутих в 46 і 47 додатку 1. Отримані результати є принципово новими і можуть бути використані при розв'язуванні крайових задач для функцій гіперкомплексної змінної.

Наукова новизна в роботі 15 таблиці 2. Розроблено новий алгебраїчно-аналітичний метод дослідження просторових осесиметричних потенціальних потоків ідеальної рідини за допомогою моногенних функцій, що приймають значення в нескінченновимірному топологічному векторному просторі з комутативним множенням (раніше з цієї метою у монографії 54 додатку 1 застосовувалися узагальнені аналітичні функції комплексної змінної, а у монографії 55 додатку 1 для областей, опуклих в напрямку, перпендикулярному до осі симетрії, – моногенні функції зі значеннями в нескінченновимірній комутативній банаховій алгебрі). В результаті обґрунтовано інтегральні зображення осесиметричного потенціалу та функції течії Стокса у довільній симетричній відносно осі симетрії однозв'язній області і новий метод їх ефективної побудови за допомогою компонент головних продовжень аналітичних функцій комплексної змінної у згаданий вище топологічний векторний простір з комутативним множенням. Інтегральні зображення осесиметричного потенціалу та функції течії Стокса в попередніх роботах вітчизняних і закордонних вчених були отримані також переважно для областей, опуклих в напрямку, перпендикулярному до осі симетрії (див. роботи 54, 56 – 66 додатку 1).

Наукова новизна в роботі 16 таблиці 2. Доведений в роботі результат про співвідношення між моногенними функціями зі значеннями в різних комутативних алгебрах не має світових аналогів.

Наукова новизна в роботах 17-18 таблиці 2. Серед функцій $F(xe_1+ye_2)$ (x, y – дійсні) зі значеннями у комутативних, асоціативних алгебрах 2-го рангу, які мають класичні похідні, а $\{e_1, e_2\}$ є базисом, обираються ті алгебри і відповідні базисні елементи e_1, e_2 , так, щоб дійснозначні компоненти функцій F задовольняли рівняння $L(u)=0$ у частинних похідній, що є рівнянням для функції напружень для певних ортотропних деформацій. Доведено, що шукана алгебра єдина і напівпроста (17 додатку 1), множини $\{e_1, e_2\}$ (див. 17 додатку 1 та функції F (див. 18 додатку 1), дійсна компонента яких є фіксованим розв'язком рівняння $L(u)=0$ у обмеженій однозв'язній області, описано у явному вигляді. Знайдено клас розв'язків системи рівнянь рівноваги Ляме зі зміщенням у вигляді лінійних комбінацій від дійснозначних компонент функції F . Роботи 17-18 додатку 1 розвивають, доповнюють, на більш високому рівні математичної строгості результати роботи 53 (див. Додаток 1), особливо це стосується питань застосувань математичного апарату, що будується та розширюється в даних працях, до теорії плоских анізотропних (ортотропних) тіл. Ідея опису

усіх функцій F , дійсна компонента яких є фіксованим розв'язком рівняння для функції напружень $L(u)=0$ у обмеженій однозв'язній області є повністю новою (див. 18 додатку 1). Цю ідею реалізовано для зазначених ортотропних деформацій.

4. ПРАКТИЧНА ЦІННІСТЬ РЕЗУЛЬТАТІВ (до 50 рядків)

4.1. Обґрунтувати цінність результатів для світової та вітчизняної науки та для продовження фундаментальних та/або прикладних досліджень.

Робота є фундаментальним дослідженням і носить чисто теоретичний характер. Отримані результати можуть бути використані в теоретичних дослідженнях математиків, які працюють в Житомирському державному університеті імені Івана Франка, Інституті математики НАН України, в інститутах та університетах США, Польщі, Німеччини, Мексики, Куби, Італії, Румунії, а також застосовані до розв'язування крайових задач теорії потенціалу та математичної фізики.

4.2. Довести цінність результатів для підготовки фахівців у системі освіти, зокрема вищої кваліфікації. Відокремити використання очікуваних результатів від науково-методичних завдань, що виконуються викладачами у межах їх основної педагогічної діяльності. Навести у Додатку 2 теми досліджень магістрантів (студентів), аспірантів і докторантів, кількість місяців їх роботи за темою з оплатою.

Результати роботи впроваджено в навчальний процес у вигляді спецкурсу «Елементи гіперкомплексного аналізу», підготовлено навчальний посібник для студентів «Елементи гіперкомплексного аналізу», підготовлено 12 дипломних робіт. Захищено одну кандидатську дисертацію та підготовлено до захисту одну докторську.

5. ОСНОВНІ ПОКАЗНИКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗА ТЕМОЮ

Зараховуються виключно роботи, серед авторів яких 50% і більше належать до колективу виконавців, визначеного у Таблиці 9. Оцінюючи наукові праці на відповідність темі, меті, предмету та завданням дослідження, експерт має право не зараховувати їх у разі повної невідповідності.

5.1. Перелік опублікованих статей в журналах, що індексуються у наукометричній базі Scopus та/або Web of Science Core Collection (WoS) (або Index Copernicus для суспільних та гуманітарних наук) відповідно до таблиці 2 (окремо за кожною наукометричною базою)

Таблиця 2

№ з/п	Повні дані про статті з веб-адресою електронної версії; <u>підкреслити прізвища авторів</u> , зазначених у списку виконавців	Наукометрична база даних
1	<u>Shpakivskyi V. S.</u> Constructive description of monogenic functions in a finite-dimensional commutative associative algebra // Adv. Pure Appl. Math. – 2016. – Vol. 7, № 1. – P. 63 – 75. https://www.degruyter.com/view/j/apam.ahead-of-print/apam-2015-0022/apam-2015-0022.xml	Scopus
2	<u>Shpakivskyi V. S.</u> Curvilinear integral theorems for monogenic functions in commutative associative algebras // Advances in Applied Clifford Algebras. – 2016. – Vol. 26. – № 1. – P. 417 – 434. http://link.springer.com/article/10.1007/s00006-015-0561-x	Scopus
3	<u>Шпаківський В. С., Кузьменко Т. С.</u> Про один клас кватерніонних відображень // Укр. Мат. журн. – 2016. – 68, № 1. – С. 117 – 130. http://link.springer.com/article/10.1007/s11253-016-1213-6	Scopus

4	<u>Shpakivskiy V. S., Kuzmenko T. S.</u> Integral theorems for the quaternionic G-monogenic mappings // An. St. Univ. Ovidius Constanta. – 2016. –24, № 2. – P. 271 – 281. http://www.anstuocmath.ro/mathematics//ANALE2016VOL2/Shpakivskiy_V.S._Kuzmenko_T.S..pdf	Scopus
5	<u>Шпаковский В. С., Кузьменко Т. С.</u> О моногенных отображениях кватернионной переменной // Укр. Мат. вестник. – 2016. – 13, № 2. – С. 270 – 289. https://arxiv.org/pdf/1605.08869v1.pdf	Scopus
6	<u>Kuzmenko T. S., Shpakivskiy V. S.</u> Generalized integral theorems for the quaternionic G-monogenic mappings // Укр. мат. вісник – 2016. – 13 (4). – С. 499 – 513. https://link.springer.com/article/10.1007/s10958-017-3433-1	Scopus
7	<u>Gryshchuk S. V., Plaksa S. A.</u> Monogenic functions in the biharmonic boundary value problem // Mathematical Methods in the Applied Sciences. – 2016. – 39, No. 11. – P. 2939 – 2952. http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/mma.3741/full	Scopus
8	<u>Plaksa S. A., Shpakivskiy V. S.</u> An extension of monogenic functions and spatial potentials // Lobachevskii J. Math. – 2017. – 38, № 2. – P. 330 – 337. https://link.springer.com/article/10.1134%2FS1995080217020160	Scopus
9	<u>Gryshchuk S. V., Plaksa S. A.</u> A Schwartz-type boundary value problem in a biharmonic plane // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2017. – 38, № 3. – P. 435 – 442. https://link.springer.com/article/10.1134/S199508021703012X	Scopus
10	<u>Gryshchuk S. V., Plaksa S. A.</u> Reduction of a Schwartz-type boundary value problem for biharmonic monogenic functions to Fredholm integral equations // Open Mathematics. – 2017. – 15, № 1. – P. 374 – 381. https://www.degruyter.com/view/j/math.2017.15.issue-1/math-2017-0025/math-2017-0025.xml	Scopus
11	<u>Dorogovtsev A. A., Korenovska I. A.</u> Some random integral operators related to a point processes // Theory of Stochastic Processes. – 2017. – 22 (38), № 1. – P. 16 – 21. http://tsp.imath.kiev.ua//published/volume22_1/index.html	Scopus
12	<u>Dorogovtsev A. A., Korenovska I. A.</u> Essential sets for random operators constructed from an Arratia flow // Communications on Stochastic Analysis. – 2017. – 11, № 3. – P. 301 – 312. https://digitalcommons.lsu.edu/cosa/vol11/iss3/3/	Scopus
13	<u>Bahtin A. K., Zabolotnii Ya. V.</u> Estimates of a product of the inner radii of nonoverlapping domains // Journal of Mathematical Sciences. – 2017. – 221, № 15. – P. 623 – 629. https://link.springer.com/article/10.1007/s10958-017-3255-1	Scopus
14	<u>R. Pukhtaievych, S. Plaksa.</u> On logarithmic residue of monogenic functions in a three-dimensional commutative algebra with one-dimensional radical // Analele Stiintifice ale Universitatii Ovidius Constanta, Seria Matematica, Vol. 25(3), 2017, pp. 167–182. http://www.anstuocmath.ro/volume-xxv-2017-fascicola-3	Scopus
15	<u>Herus O. F.</u> On the Cauchy theorem for hyperholomorphic functions of spatial variable // Journal of Mathematical Sciences. – 2018. – 229. – No. 1. – P. 1 – 6. https://link.springer.com/article/10.1007/s10958-018-3658-7	Scopus
16	<u>Plaksa S. A.</u> Axial-symmetric potential flows // Models and Theories in Social Systems, Springer, Basel, 2018, P. 165 – 195. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-00084-4_9	Scopus
17	<u>Шпаківський В. С.</u> Про моногенні функції, визначені в різних комутативних	Scopus

	алгебрах // Укр. мат. вісник. – 2018. – 15, № 2. – Р. 272 – 294. https://journals.onaft.edu.ua/index.php/geometry/article/view/1200	
18	<u>Грищук С. В.</u> Комутативні комплексні алгебри другого рангу з одиницею та деякі випадки плоскої ортотропії. I // Укр. мат. журн. – 2018. – Т. 70, № 8. – С. 1058-1071. http://umj.imath.kiev.ua/article/?lang=ua&article=11307	Scopus
19	<u>Грищук С. В.</u> Комутативні комплексні алгебри другого рангу з одиницею та деякі випадки плоскої ортотропії. II // Укр. мат. журн. – 2018. – Т. 70, № 10. – С. 1382-1389. http://umj.imath.kiev.ua/article/?lang=ua&article=11336	Scopus

Анотації статей українською мовою, які представляють основні результати дослідження, навести у Додатку 3 до цього Аногованого звіту.

5.2. Перелік опублікованих за темою англomовних статей та тез доповідей у матеріалах міжнародних конференцій, що індексуються у наукометричній базі Scopus або WoS (або Index Copernicus для суспільних та гуманітарних наук) відповідно до таблиці 3 (окремо за кожною наукометричною базою)

Таблиця 3

№ з/п	Повні дані про статті та тези доповідей з веб-адресою електронної версії; <u>підкреслити прізвища авторів</u> , зазначених у списку виконавців	Наукометрична база даних
1.	–	

5.3. Перелік опублікованих статей, у журналах що входять до переліку фахових видань України (окремо статті у журналах, що рекомендовані секціями Наукової ради МОН), а також статей у закордонних журналах, які не увійшли до підпунктів 1 і 2 пункту 5, та охоронних документів на об'єкти права інтелектуальної власності відповідно до таблиці 4

Таблиця 4

№	Повні дані про статті з веб-адресою електронної версії, або вихідні дані про охоронні документи; <u>підкреслити прізвища авторів</u> , зазначених у списку виконавців
1	<u>Kuzmenko T. S.</u> Curvilinear integral theorem for G-monogenic mappings in the algebra of complex quaternion // Int. J. Adv. Research Math. – 2016. – 6. – Р. 21 – 25. https://www.researchgate.net/publication/303217786_Curvilinear_Integral_Theorem_for_G-Monogenic_Mappings_in_the_Algebra_of_Complex_Quaternion
2	<u>Шпаковский В. С.</u> Гиперкомплексные функции и точные решения одного уравнения гидродинамики // 36. Праць Ін-ту математики НАН України. – 2017. – 14, № 1. – С. 262 – 274. http://eprints.zu.edu.ua/26440/
3	<u>Щехорський А. Й., Герус О. Ф.</u> Контурно-тілесні властивості голоморфних функцій в опуклих областях багатовимірного комплексного простору // 36. Праць Ін-ту математики НАН України. – Київ, 2017. – 14, № 1. – С. 275 – 285. http://eprints.zu.edu.ua/cgi/users/home?screen=EPrint%3A%3AView&eprintid=28469
4	<u>Herus O. F.</u> On the Cauchy theorem for hyperholomorphic functions of spatial variable // Український математичний вісник. – 2017. – 14, № 2. – С. 153 – 160. https://sites.google.com/view/ukrainianmb/%D0%B0%D1%80%D1%85%D1%96%D0%B2-%D0%B2%D0%B8%D0%BF%D1%83%D1%81%D0%BA%D1%96%D0%B2?authuser=0
5	<u>Грищук С. В.</u> Одновимірність ядра системи інтегральних рівнянь Фредгольма для однорідної бігармонічної задачі // 36. Праць Ін-ту математики НАН України. – Київ, 2017. – 14, № 1. – С. 128 – 139. http://eprints.zu.edu.ua/26438/
6	<u>Targonskii A., Targonskaya I.</u> Extremal Problems on the Generalized (l;d)-Equiangular System Points in the Case of Arbitrary Multidimensional Complex Spaces // A. Targonskii, I. Targonskaya // International Journal of Advanced Research in Mathematics. – 2017. – Vol. 9, pp. 44 – 53. https://www.scipress.com/IJARM.9.44

7	<u>Plaksa S. A., Shpakivskiy V. S.</u> Integral theorems for monogenic functions in an infinite-dimensional space with a commutative multiplication // Bulletin de la Societe des Sciences et des Lettres de Lodz. – 2018. – 68, no. 2. – P. 25 – 36. http://eprints.zu.edu.ua/cgi/users/home?screen=EPrint%3A%3AView&eprintid=28414
8	<u>Shpakivskiy V. S., Kuzmenko T. S.</u> Quaternionic G-monogenic mappings in E_m // Int. J. Adv. Res. Math. – 2018. – 12. – P. 1 – 34. http://eprints.zu.edu.ua/28514/
9	<u>Kuzmenko T. S., Shpakivskiy V. S.</u> A theory of quaternionic G-monogenic mappings in E_3 , In: Models and Theories in Social Systems (Eds. C. Flaut etc.). – 2019. – Vol. 179. – P. 451 – 508. https://www.springer.com/la/book/9783030000837
10	<u>Gryshchuk S. V.</u> On some cases of plane orthotropy // Bulletin de la Société des Sciences et des Lettres de Łódź, Ser. Recherches sur les déformations. – 2018.– LXVIII, No. 2. – pp. 71-76. http://eprints.zu.edu.ua/28475/

5.4. Перелік опублікованих монографій відповідно до таблиці 5

Таблиця 5

№ з/п	Повні дані про монографії; <u>підкреслити прізвища авторів</u> , зазначених у списку виконавців
1	–

Анотації монографій українською мовою навести у Додатку 4

5.5. Перелік опублікованих за темою проекту підручників, навчальних посібників, словників, довідників

Таблиця 6

№ з/п	Повні дані про підручники, навчальні посібники, словники, довідників; <u>підкреслити прізвища авторів</u> , зазначених у списку виконавців
1	<u>Герус О. Ф., Шпаківський В. С.</u> Елементи гіперкомплексного аналізу. – Житомир: ЖДУ ім. І. Франка. – 2018. – 50 с.

5.6. Перелік захищених виконавцями проекту дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора наук та кандидата наук відповідно до таблиці 7

Таблиця 7

№ з/п	Інформація про дисертацію
1	Кузьменко Т. С. Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів: дис. ... канд. фіз.-мат. наук : 01.01.01 / Кузьменко Тетяна Сергіївна. – Київ, 2018. – 130 с. Інститут математики НАНУ, науковий керівник професор Плакса С. А.

Анотації дисертацій навести у Додатку 5

5.7. Кількість грантів, за якими працювали виконавці дослідження, що фінансувались закордонними організаціями (з відповідним підтвердженням від закладу вищої освіти (наукової установи), посиланням на сайт грантового проекту або офіційним листом від грантодавця) відповідно до таблиці 8

Таблиця 8

№ з/п	ПІБ виконавців	Назва дослідження за грантом	Фінансування, тис. гривень
1		–	

Короткий зміст (анотації) досліджень за грантами навести у Додатку 6 до цього Анотованого звіту.

6. ВИКОНАВЦІ ДОСЛІДЖЕННЯ (з оплатою в межах дослідження)

(навести у текстовому та табличному відповідно до таблиці 9 вигляді)

- доктори наук: 3 ; кандидати наук: 5 ;

- молоді вчені 3 , з них кандидатів 3 , докторів – ; докторантів: – ; аспірантів - ;

- наукові працівники без ступеня 1 ;
 - інженерно-технічні кадри: – , допоміжний персонал 2 ;
 - студенти – .
- Р а з о м: 11

Таблиця 9

Виконавці дослідження* (з оплатою в межах дослідження)

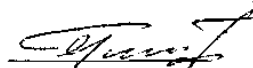
№	Прізвище, ім'я, по батькові	Науковий ступінь	Вчене звання	Посада і місце основної роботи	Вік
1	Герус Олег Федорович	Канд. фіз.-мат. наук	Доцент	Завідувач кафедри математичного аналізу Житомирського державного університету імені Івана Франка	66
2	Плакса Сергій Анатолійович	Доктор фіз.-мат. наук	Професор	Провідний науковий співробітник Інституту математики НАН України	56
3	Дороговцев Андрій Анатолійович	Доктор фізико-математичних наук	Професор	Завідувач відділу теорії випадкових процесів Інституту математики НАНУ.	56
4	Бахтін Олександр Костянтинович	Доктор фізико-математичних наук	Професор	Провідний науковий співробітник відділу комплексного аналізу та теорії потенціалу Інституту математики НАНУ.	70
5	Гришук Сергій Вікторович	Канд. фіз.-мат. наук	Старший наук. сп.	Старший науковий співробітник Інституту математики НАН України	38
6	Шпаківський Віталій Станіславович	Канд. фіз.-мат. наук	–	Науковий співробітник Інституту математики НАН України	32
7	Пухтасевич Роман Петрович	Канд. фіз.-мат. наук	–	Провідний науковий співробітник Житомирського державного університету імені Івана Франка	29
8	Кузьменко Тетяна Сергіївна	Канд. фіз.-мат. наук	–	Викладач кафедри фундаментальних наук Житомирського військового інституту імені С. П. Корольова	25
9	Таргонська Ірина Ігорівна	–	–	Стажист-дослідник Житомирського державного університету імені Івана Франка	37

*вносяться дані про всіх виконавців за весь час виконання робіт, окрім допоміжного персоналу та студентів

7. Рішення вченої (наукової, науково-технічної) ради від 28.12.2018 р., протокол № 5 щодо завершення дослідження

Керівник дослідження




(підпис)

Герус О.Ф.
(ініціали, прізвище)

Проректор із наукової та міжнародної роботи


(підпис)

Сейко Н.А.
(ініціали, прізвище)

Додаток 1. Список основних публікацій закордонних та вітчизняних вчених, на які посилаються автори роботи для доведення наукової новизни власних результатів

№ з/п	Повні дані про публікації
1	F. Ringleb, Beitrage zur Funktionentheorie in hyperkomplexen Systemen. I, Rend. Circ. Mat. Palermo (2) 57 (1933), no. 1, 311–340.
2	P. W. Ketchum, Analytic functions of hypercomplex variables, <i>Trans. Amer. Math. Soc.</i> 30 (1928), no. 4, 641–667.
3	I. P. Mel'nichenko, The representation of harmonic mappings by monogenic functions, <i>Ukr. Math. J.</i> 27 (1975), no. 5, 499–505.
4	I. P. Mel'nichenko and S. A. Plaksa, <i>Commutative Algebras and Spatial Potential Fields</i> (in Russian), Institute of Mathematics of the NAS of Ukraine. Kiev, 2008.
5	S. A. Plaksa, Commutative algebras associated with classic equations of mathematical physics, in: <i>Advances in Applied Analysis</i> , Trends Math., Springer, Basel (2012), 177–223.
6	S. A. Plaksa and R. P. Pukhtaevich, Constructive description of monogenic functions in a three-dimensional harmonic algebra with one-dimensional radical, <i>Ukr. Math. J.</i> 65 (2013), no. 5, 740–751.
7	S. A. Plaksa and R. P. Pukhtaievych, Constructive description of monogenic functions in n -dimensional semi-simple algebra, <i>An. Stiint. Univ. "Ovidius" Constanta Ser. Mat.</i> 22 (2014), no. 1, 221–235.
8	R. P. Pukhtaievych, Monogenic functions in a three-dimensional harmonic semi-simple algebra, <i>Zb. Pr. Inst. Mat. NAN Ukr.</i> 10 (2013), no. 4–5, 352–361.
9	J. D. Riley, Contributions to the theory of functions of a bicomplex variable, <i>Tohoku Math. J.</i> (2) 5 (1953), no. 2, 132–165.
10	Lorch, E.R. The theory of analytic function in normed abelin vector rings. <i>Trans. Am. Math. Soc.</i> 54, 414–425 (1943)
11	Blum, E.K. A theory of analytic functions in Banach algebras. <i>Trans. Amer. Math. Soc.</i> 78, 343–370 (1955)
12	Shpakivskiyi. V.S., Plaksa, S.A.: Integral theorems and a Cauchy formula in a commutative three-dimensional harmonic algebra. <i>Bull. Soc. Sci. Lett. Lodz</i> 60. 47–54 (2010)
13	Gon`carov. V.: Sur l'int`egrale de Cauchy dans le domaine hypercomplexe. <i>Bull. Acad. Sci. URSS Cl. Sci. Math.</i> 10, 1405–1424 (1932)
14	P. W. Ketchum; Analytic functions of hypercomplex variables, <i>Trans. Amer. Math. Soc.</i> 30 (1928), no. 4, 641–667.
15	Gurlebeck K., Sprossig W. Quaternionic and Clifford calculus for physicists and engineers. – John Wiley and Sons, 1977.
16	Kravchenko V. V., Shapiro M. V. Integral representations for spatial models of mathematical physics // <i>Pitman Research Notes in Mathematics</i> . – Addison Wesley Longman Inc, 1996.
17	Fueter R. Die Funktionentheorie der Differentialgleichungen $\Delta u=0$ und $\Delta \Delta u=0$ mit vier reellen Variablen // <i>Comment. Math. Helv.</i> – 1935. – 7. – P. 307 – 330.
18	Sudbery A. Quaternionic analysis // <i>Math. Proc. Cambridge Phil. Soc.</i> – 1979. – 85. – P. 199 – 225.

19	Leutwiler H. Modified quaternionic analysis in \mathbb{R}^3 // Complex Variables Theory Appl. – 1992. – 20. – P. 19 – 51.
20	Hempfling Th., Leutwiler H. Modified quaternionic analysis in \mathbb{R}^4 // Clifford Algebras and their Appl. In Math. Physics. – Aachen; Dordrecht: Kluwer, 1998. – P. 227 – 238.
21	Eriksson-Bique S.-L. A correspondence of hyperholomorphic and monogenic functions in \mathbb{R}^4 // Clifford Analysis and its Applications. NATO Sci. Ser. – 2001/ – 25. – P. 71 – 80.
22	Cullen C. G. An integral theorem for analytic intrinsic functions on quaternions // Duke Math. J. – 1965. – 32. – P. 139 – 148.
23	Gentili G., Struppa D. C. A new approach to Cullen-regular functions of a quaternionic variable // Comptes Rend. Math. – 2006. – 342, – № 10. – P. 741 – 744.
24	Colombo F., Sabadini S., Struppa D. C. Noncommutative functional calculus: theory and applications of slice hyperholomorphic functions // Progr. Math. – 2011. – 289. – 222 p.
25	Herus O. F. On hyperholomorphic functions of the space variable // Ukr. Math. J. – 2011. – 63, № 4. – P. 530 – 537.
26	B. Schuler. Zur Theorie der regularen Funktionen einer Quaternionen-Variablen, Comment. math. Helv. 10 (1937), 327 – 342.
27	G. Gentili, C. Stoppato and D. Struppa. Regular Functions of a Quaternionic Variable, Springer Monographs in Mathematics, 2013.
28	E. K. Blum, A theory of analytic functions in banach algebras, Trans. Amer. Math. Soc., 78 (1955), 343 – 370.
29	G. Scheffers, Verallgemeinerung der Grundlagen der gewöhnlich complexen Funktionen // Ber. Verh. Sachs. Akad. Wiss. Leipzig Mat.-Phys. Kl., 45 (1893), 828–848.
30	F. Hausdorff, Zur Theorie der Systeme complexer Zahlen // Leipziger Berichte, 52 (1900), 43–61.
31	J. Ward, A theory of analytic functions in linear associative algebras // Duke Math. J., 7 (1940), No. 1, 233–248.
32	R. D. Wagner, Differentials and analytic continuation in non-commutative algebras // Duke Math. J., 9 (1942), No. 4, 677–691.
33	В. С. Федоров, Моногенность // Мат. сб., 18 (1946), № 3, 353–378.
34	С. Н. Воловельская, Аналитические функции в неполупростых ассоциативных линейных алгебрах // Записки научно-исслед. ин-та математики и механики и Харьков. мат. общ., 19(4) (1948), 153–159.
35	М. Дегтерева, К вопросу построения теории аналитических функций в линейных алгебрах // Докл. АН СССР, 61 (1948), No. 1, 13–15.
36	W. O. Portman, A derivative for Hausdorff-analytic functions // Proc. Amer. Math. Soc., V (10) (1959), 101–105.
37	R. F. Rinehart, J. C. Wilson, Two types of differentiability of functions on algebras // Rend. Circ. Matem. Palermo, II (11) (1962), 204–216.
38	M. N. Rosculet, Functii monogene pe algebre comutative, Bucuresti, Acad. Rep. Soc. Romania, 1975, 339 p.
39	M. E. Luna Elizarraras, M. Shapiro, A Survey on the (Hyper-) Derivatives in Complex, Quaternionic and Clifford Analysis // Milan J. Math., 79 (2) (2011), 521–542.
40	O. Dzagidze, C2-differentiability of quaternion functions and their representation by integrals and series // Proc. A. Razmadze Math. Inst., 167 (2015), 19–27.
41	Солдатов А. П. Эллиптические системы высокого // Дифф. уравн.–1989.– 25.– С.136 – 142.
42	Солдатов А. П. Одномерные сингулярные операторы и краевые задачи теории функций: Научн.-теор. пособие.– М.: Высш. шк., 1991.– 207 с.
43	Бон Ц. С. Задача Неймана для бигармонического уравнения // Дифф. уравн.– 1991.– 27,

	№ 1.– С.169 – 172.
44	Николаев В. Г. О единственности решения однородной задачи Шварца для функций, аналитических по Дуглису // Научные ведомости БелГУ, серия математика, физика.– 2011.– 17(112), вып. 24.– С. 94 – 101.
45	Солдатов А. П. Задача Шварца для функций, аналитических по Дуглису // Совр. математика и ее приложения.– 2010.– 67, №68. – С. 99 – 102.
46	Грищук С.В., Плакса С.А. О логарифмическом вычете моногенных функций бигармонической переменной // Зб. праць Ін-ту математики НАН України. 7, № 2, 2010. С. 227 – 234
47	Плакса С. А., Шпаковский В. С. О логарифмическом вычете моногенных функций в трехмерной гармонической алгебре с двумерным радикалом // Укр. мат. журн. 65, № 7, 2013. С. 967–973.
48	Ketchum P. W. A complete solution of Laplace's equation by an infinite hypervariable // Amer. J. Math., Vol. 51 (1929), 179-188.
49	Rosculet M. N. Algebre liniare asociative si comutative si functii monogene atasate lor // Studii si Cercetari Matematice, Vol.6, nr. 1-2 (1955), 135-173.
50	Aizenberg L., Kytmanov A. On the holomorphic extendability of functions given on a connected part of the boundary, Mat. sb. Vol. 182 (4), 490-507 (1991).
51	Mikhlin S. G. Reduction of the fundamental problems of the plane theory of elasticity to Fredholm integral equations. Doklady Akademii Nauk SSSR 1934; 1(6):295–298 (Russian). 301; (French transl.): 298–301.
52	Mikhlin S. G. Integral Equations and Their Applications to Certain Problems in Mechanics, Mathematical Physics and Technology. Pergamon Press: New York, 1964.
53	Ковалев В. Ф., Мельниченко И. П. Алгебры функционально-инвариантных решений р-бигармонического уравнения. – Киев, 1991. – 15 с. – (Препринт / НАН Украины. Ин-т математики; 91.10)
54	Положий Г.Н. Теория и применение р-аналитических и (р,q)-аналитических функций. – Киев: Наукова думка, 1973. – 423 с.
55	Мельниченко И.П., Плакса С.А. Коммутативные алгебры и пространственные потенциальные поля. – Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2008. – 230 с.
56	Whittaker E.T., Watson G.N.: A Course of Modern Analysis, 2, Cambridge University Press, Cambridge (1927).
57	Bateman H.: Partial Differential Equations of Mathematical Physics, Dover, New York (1944).
58	Henrici P.: On the domain of regularity of generalized axially symmetric potentials, Proc. Amer. Math. Soc., 8 (1), 29–31 (1957)
59	Huber A.: On the uniqueness of generalized axially symmetric potentials, Annals of Math., 60 (2), 351–358 (1954)
60	Mackie A.G.: Contour integral solutions of a class of differential equations, J. Ration. Mech. Anal., 4 (5), 733–750 (1955)
61	Erdelyi A.: Singularities of generalized axially symmetric potentials, Communic. on Pure and Appl. Math, 9 (3), 403–414 (1956)
62	Кривенков Ю.П. О некотором представлении решений уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу // Докл. АН СССР. –1957. – 116, № 3. – С. 351–354.
63	Раджабов Н. Построение потенциалов и исследование внутренних и внешних граничных задач типа Дирихле и Неймана для уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу на плоскости // Докл. АН Тадж. ССР. – 1974. – 17, № 8.– С. 7–11.
64	Положий Г.Н., Улитко А.Ф. О формулах обращения основного интегрального

	представления p -аналитических функций с характеристикой $p=x^k$ // Прикл. механика. – 1965. – 1, № 1. – С. 39–51.
65	Капшывый А.А. Об основном интегральном представлении x -аналитических функций и его применению к решению некоторых интегральных уравнений // Мат. физика. – 1972. – № 12. – С. 38–46.
66	Положий Г.Н. Теория и применение p -аналитических и (p,q) -аналитических функций. – Киев: Наукова думка, 1973. – 423 с.

Додаток 2. Дані про магістрантів (студентів), аспірантів і докторантів, які працювали за темою з оплатою праці.

№ з/п	ПІБ	Статус	Назва теми досліджень	Кількість місяців їх роботи за темою з оплатою
1	Кузьменко Тетяна Сергіївна	аспірант	Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів	11

Додаток 3. Анотації українською мовою статей, що наведені у Таблиці 2

№ з/п	Назви статей та їх анотації
1	Shpakivskiy V. S. Constructive description of monogenic functions in a finite-dimensional commutative associative algebra. Отримано конструктивний опис моногенних функцій зі значеннями у довільній скінченновимірній комутативній асоціативній алгебрі з одиницею за допомогою голоморфних функцій комплексної змінної.
2	Shpakivskiy V. S. Curvilinear integral theorems for monogenic functions in commutative associative algebras. Доведено аналоги інтегральних теорем (інтегральної теореми Коші для криволінійного і поверхневого інтегралів, інтегральної формули Коші, теореми Морера) для моногенних функцій зі значеннями в довільній комутативній асоціативній алгебрі.
3	Шпаківський В. С., Кузьменко Т. С. Про один клас кватерніонних відображень. Розглянуто новий клас кватерніонних G -моногенних (диференційованих за Гато) відображень, які мають зв'язок з просторовими рівняннями з частинними похідними. Отримано опис усіх відображень з цього класу за допомогою чотирьох аналітичних функцій комплексної змінної.
4	Shpakivskiy V. S., Kuzmenko T. S. Integral theorems for the quaternionic G -monogenic mappings. Для G -моногенних відображень доведено аналоги класичних інтегральних теорем теорії аналітичних функцій комплексної змінної: інтегральні теореми Коші для поверхневих і криволінійних інтегралів, інтегральна формула Коші.
5	Шпаковский В. С., Кузьменко Т. С. О моногенных отображениях кватернионной переменной. Введено клас кватерніонних H -моногенних (диференційованих за Хаусдорфом) відображень і встановлено зв'язок між G -моногенними і H -моногенними відображеннями. Доведено еквівалентність різних означень G -моногенного відображення.
6	Kuzmenko T. S., Shpakivskiy V. S. Generalized integral theorems for the quaternionic G -monogenic mappings. Для G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів узагальнено деякі аналоги класичних інтегральних теорем для аналітичних функцій комплексної змінної (інтегральні теореми Коші для криволінійного та поверхневого

	інтегралів)
7	Gryshchuk S. V., Plaksa S. A. Monogenic functions in the biharmonic boundary value problem. Використовуючи гіперкомплексний аналог інтеграла типу Коші, крайову задачу типу Шварца для моногенних функцій у однозв'язній області зведено до системи інтегральних рівнянь. Встановлено достатні умови фредгольмовості цієї системи.
8	Plaksa S. A., Shpakivskiy V. S. An extension of monogenic functions and spatial potentials. Отримано головне продовження аналітичних функцій комплексної змінної у явному вигляді в нескінченновимірній комутативній банаховій алгебрі, асоційованій з тривимірним рівнянням Лапласа. Розглянуто продовження диференційовних за Гато функцій зі значеннями в топологічному векторному просторі, що є продовженням вище згаданої алгебри та її зв'язок з просторовими потенціалами.
9	Gryshchuk S. V., Plaksa S. A. A Schwartz-type boundary value problem in a biharmonic plane. Розроблено метод розв'язування крайової задачі типу Шварца, який базується на поданні моногенних функцій у комутативній алгебрі через відповідні аналітичні функції комплексної змінної. У випадках напівплощини та круга розв'язок отримано явно в термінах інтегралів типу Шварца.
10	Gryshchuk S. V., Plaksa S. A. Reduction of a Schwartz-type boundary value problem for biharmonic monogenic functions to Fredholm integral equations. Використовуючи гіперкомплексний аналог інтеграла типу Коші, (1-4) -проблему зведено до системи інтегральних рівнянь на дійсних осях. Встановлено достатні умови, за яких ця система має фредгольмову властивість і єдиний розв'язок. Доведено, що крайова задача типу переміщень 2-D ізотропної теорії пружності зводиться до (1-4) -проблеми з відповідними граничними умовами.
11	Dorogovtsev A. A., Korenovska I. A. Some random integral operators related to a point processes. Досліджено деякі властивості випадкового інтегрального оператора в $L_2(\mathbb{R})$, ядро якого визначається як згортка гауссової щільності і процесу стаціонарної точки.
12	Dorogovtsev A. A., Korenovska I. A. Essential sets for random operators constructed from an Arratia flow. Розглянуто сильний випадковий оператор, який описує зсув функцій з $L_2(\mathbb{R})$ вздовж потоку Араття. Знайдено компактну множину у $L_2(\mathbb{R})$, яка не зникає під дією оператора, і оцінено її поперечник Колмогорова.
13	Bahtin A. K., Zabolotnii Ya. V. Estimates of a product of the inner radii of nonoverlapping domains. У геометричній теорії функцій комплексної змінної розглянуто екстремальну задачу Дубініна, пов'язану з оцінками функціонала, визначеного на системі неперетинних областей, і отримано частинний розв'язок цієї проблеми.
14	R. Pukhtaievych, S. Plaksa. On logarithmic residue of monogenic functions in a three-dimensional commutative algebra with one-dimensional radical. Розглянуто моногенні функції що приймають значення в тривимірній комутативній алгебрі A_2 над полем комплексних чисел з одновимірним радикалом. Пораховано логарифмічні лишки моногенних функцій що діють з тривимірного дійсного підпростору алгебри A_2 в A_2 . Показано, що логарифмічний лишок залежить не тільки від нулів і особливих точок функції, але і від точок в яких вона приймає значення в ідеалах алгебри A_2 , і, в загальному випадку, є гіперкомплексним числом.
15	Herus O. F. On the Cauchy theorem for hyperholomorphic functions of spatial variable. Доведено теорему про інтеграл від кватерніонно-диференційованих функцій просторової змінної по замкнутій поверхні. Це аналог теореми Коші з комплексного аналізу.
16	Plaksa S. A. Axial-symmetric potential flows.

	Розглядаються осесиметричні течії ідеальної нестисливої рідини як важливий випадок потенціальних соленоїдальних векторних полів. Встановлюється зв'язок між осесиметричними потенціальними полями і головними продовженнями комплексних аналітичних функцій в спеціальній топологічний векторний простір, що містить нескінченновимірну комутативну банахову алгебру. У такий спосіб обгрунтовано метод побудови у явному вигляді осесиметричних потенціалів і функцій течії Стокса.
17	Шпаківський В. С. Про моногенні функції, визначені в різних комутативних алгебрах. Встановлено відповідність між моногенною функцією в довільній скінченновимірній комутативній асоціативній алгебрі і скінченним набором моногенних функцій в спеціальній комутативній асоціативній алгебрі.
18	Гришук С. В. Комутативні комплексні алгебри другого рангу з одиницею та деякі випадки плоскої ортотропії. I. Серед двовимірних алгебр другого рангу з одиницею над полем комплексних чисел знайдено напівпросту алгебру, що містить базиси, асоційовані з рівнянням функцій напружень у випадку плоских ортотропних деформацій, та знайдено розв'язки цього рівняння.
19	Гришук С. В. Комутативні комплексні алгебри другого рангу з одиницею та деякі випадки плоскої ортотропії. II У алгебрі над полем комплексних чисел розглядаються аналітичні функції, дійснозначні компоненти яких задовольняють рівняння для функцій напружень у випадку плоских ортотропних деформацій. Для певних випадків ортотропії знайдено часткові розв'язки системи рівнянь рівноваги у зміщеннях у вигляді лінійних комбінацій компонент.

Додаток 4. Анотації українською мовою монографій, що наведені у Таблиці 5

№ з/п	Назви монографій та їх анотації
1	–

Додаток 5. Анотації захищених виконавцями дослідження дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора наук та кандидата наук, що наведені у Таблиці 7

№ з/п	Назви дисертацій та їх анотації
1	Кузьменко Т. С. Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів: дис. ... канд. фіз.-мат. наук : 01.01.01 / Кузьменко Тетяна Сергіївна. – Київ, 2018. – 130 с. У роботі введено нові класи моногенних відображень в алгебрі комплексних кватерніонів $H(C)$, в комутативній алгебрі бікомплексних чисел, яка є підалгеброю алгебри $H(C)$, виділено тривимірний дійсний підпростір і розглянуто неперервні відображення, які визначені в області цього підпростору та приймають значення в алгебрі комплексних кватерніонів і для яких існує права похідна Гато (право- G -моногенні відображення) чи ліва похідна Гато (ліво- G -моногенні відображення) в усіх точках області. Досліджено основні алгебраїчно-аналітичні властивості G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі $H(C)$, Отримано аналоги умов Коші-Рімана та встановлено, що G -моногенними є не лише кватерніонні поліноми, а й кватерніонні степеневі ряди. Більше того, в роботі встановлено конструктивні описи усіх G -моногенних відображень за допомогою чотирьох відповідних аналітичних функцій комплексної змінної. Як

наслідок таких описів доведено теореми про G -моногенне продовження відображень та про нескінченну диференційовність за Гато G -моногенних відображень.

Встановлено зв'язок G -моногенних відображень з просторовими диференціальними рівняннями в частинних похідних (зокрема, наведено застосування S -моногенних відображень до побудови розв'язків тривимірного рівняння Лапласа).

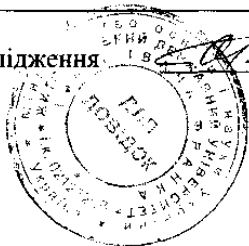
Досліджено властивості G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі комплексних кватерніонів, пов'язані з їх інтегральними представленнями і представленнями у вигляді рядів. Встановлено, що для G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$ справедливі аналоги ряду класичних інтегральних теорем. Зокрема, доведено аналоги формул Гауса-Остроградського і Стокса, доведено аналоги інтегральних теорем Коші для поверхневого інтеграла і для криволінійного інтеграла від G -моногенного відображення, а також аналоги інтегральної формули Коші для цих відображень. Доведено також аналоги теорем Морера, Тейлора і Лорана для G -моногенних відображень зі значеннями в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$ та здійснено класифікацію особливостей цих відображень.

Досліджено основні алгебраїчно-аналітичні властивості H -моногенних (неперервних і диференційовних за Хаусдорфом) відображень зі значеннями в алгебрі $\mathbb{H}(\mathbb{C})$, встановлено їх зв'язок із G -моногенними відображеннями та доведено теорему про еквівалентність різних означень право- G -моногенних і ліво- G -моногенних відображень.

Додаток 6. Короткий зміст (анотації) досліджень за грантами, що наведені у Таблиці 8

№ з/п	Назви грантів та їх аотації
1	-

Керівник дослідження



(підпис)

О. Ф. Герус

(ініціали, прізвище)

Перелік публікацій за проектом «Моногенні функції у банахових алгебрах та крайові задачі аналізу і математичної фізики» за 2016 – 2018 роки»

Перелік опублікованих статей в журналах, що індексуються у наукометричній базі Scopus

№ з/п	Повні дані про статті з веб-адресою електронної версії; <u>підкреслити прізвища авторів</u> , зазначених у списку виконавців	Наукометрична база даних
1	<p><u>Shpakivskiy V. S.</u> Constructive description of monogenic functions in a finite-dimensional commutative associative algebra // Adv. Pure Appl. Math. – 2016. – Vol. 7, № 1. – P. 63 – 75.</p> <p>https://www.degruyter.com/view/j/apam.ahead-of-print/apam-2015-0022/apam-2015-0022.xml</p>	Scopus
2	<p><u>Shpakivskiy V. S.</u> Curvilinear integral theorems for monogenic functions in commutative associative algebras // Advances in Applied Clifford Algebras. – 2016. – Vol. 26. – № 1. – P. 417 – 434.</p> <p>http://link.springer.com/article/10.1007/s00006-015-0561-x</p>	Scopus
3	<p><u>Шпаківський В. С., Кузьменко Т. С.</u> Про один клас кватерніонних відображень // Укр. Мат. журн. – 2016. – 68, № 1. – С. 117 – 130.</p> <p>http://link.springer.com/article/10.1007/s11253-016-1213-6</p>	Scopus
4	<p><u>Shpakivskiy V. S., Kuzmenko T. S.</u> Integral theorems for the quaternionic G-monogenic mappings // An. St. Univ. Ovidius Constanta. – 2016. – 24, № 2. – P. 271 – 281.</p> <p>http://www.anstuocmath.ro/mathematics//ANALE2016VOL2/Shpakivskiy_V.S._Kuzmenko_T.S..pdf</p>	Scopus
5	<p><u>Шпаковский В. С., Кузьменко Т. С.</u> О моногенных отображениях кватернионной переменной // Укр. Мат. вестник. – 2016. – 13, № 2. – С. 270 – 289.</p> <p>https://arxiv.org/pdf/1605.08869v1.pdf</p>	Scopus
6	<p><u>Kuzmenko T. S., Shpakivskiy V. S.</u> Generalized integral theorems for the quaternionic G-monogenic mappings // Укр. мат. вісник – 2016. – 13 (4). – С. 499 – 513.</p> <p>https://link.springer.com/article/10.1007/s10958-017-3433-1</p>	Scopus
7	<p><u>Gryshchuk S. V., Plaksa S. A.</u> Monogenic functions in the biharmonic boundary value problem // Mathematical Methods in the Applied Sciences. – 2016. – 39, No. 11. – P. 2939 – 2952.</p> <p>http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/mma.3741/full</p>	Scopus

8	<u>Plaksa S. A., Shpakivskiy V. S.</u> An extension of monogenic functions and spatial potentials // Lobachevskii J. Math. – 2017. – 38, № 2. – P. 330 – 337. https://link.springer.com/article/10.1134%2FS1995080217020160	Scopus
9	<u>Gryshchuk S. V., Plaksa S. A.</u> A Schwartz-type boundary value problem in a biharmonic plane // Lobachevskii Journal of Mathematics.– 2017.– 38, № 3.– P. 435 – 442. https://link.springer.com/article/10.1134/S199508021703012X	Scopus
10	<u>Gryshchuk S. V., Plaksa S. A.</u> Reduction of a Schwartz-type boundary value problem for biharmonic monogenic functions to Fredholm integral equations // Open Mathematics. – 2017. – 15, № 1.– P. 374 – 381. https://www.degruyter.com/view/j/math.2017.15.issue-1/math-2017-0025/math-2017-0025.xml	Scopus
11	<u>Dorogovtsev A. A., Korenovska I. A.</u> Some random integral operators related to a point processes // Theory of Stochastic Processes. – 2017. – 22 (38), № 1. – P. 16 – 21. http://tsp.imath.kiev.ua/published/volume22_1/index.html	Scopus
12	<u>Dorogovtsev A. A., Korenovska I. A.</u> Essential sets for random operators constructed from an Arratia flow // Communications on Stochastic Analysis. – 2017. – 11, № 3. – P. 301 – 312. https://digitalcommons.lsu.edu/cosa/vol11/iss3/3/	Scopus
13	<u>Bahtin A. K., Zabolotnii Ya. V.</u> Estimates of a product of the inner radii of nonoverlapping domains // Journal of Mathematical Sciences. – 2017. – 221, № 15. – P. 623 – 629. https://link.springer.com/article/10.1007/s10958-017-3255-1	Scopus
14	<u>R. Pukhtaievych, S. Plaksa.</u> On logarithmic residue of monogenic functions in a three-dimensional commutative algebra with one-dimensional radical // Analele Stiintifice ale Universitatii Ovidius Constanta, Seria Matematica, Vol. 25(3), 2017, pp. 167–182. http://www.anstuocmath.ro/volume-xxv-2017-fascicola-3	Scopus
15	<u>Herus O. F.</u> On the Cauchy theorem for hyperholomorphic functions of spatial variable// Journal of Mathematical Sciences. – 2018. – 229. – No. 1. – P. 1 – 6. https://link.springer.com/article/10.1007/s10958-018-3658-7	Scopus
16	<u>Plaksa S. A.</u> Axial-symmetric potential flows // Models and Theories in Social Systems, Springer, Basel, 2018, P. 165 – 195. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-00084-4_9	Scopus
17	<u>ШПАКІВСЬКИЙ В. С.</u> Про моногенні функції, визначені в різних комутативних алгебрах // Укр. мат. вісник. – 2018. – 15, № 2. – P. 272 – 294. https://journals.onaft.edu.ua/index.php/geometry/article/view/1200	Scopus
18	<u>Гришук С. В.</u> Комутативні комплексні алгебри другого рангу з одиницею та деякі випадки плоскої ортотропії. I // Укр. мат. журн. – 2018. – Т. 70, № 8. – С. 1058-1071. http://umj.imath.kiev.ua/article/?lang=ua&article=11307	Scopus
19	<u>Гришук С. В.</u> Комутативні комплексні алгебри другого рангу з одиницею та деякі випадки плоскої ортотропії. II // Укр. мат. журн. – 2018. – Т. 70, № 10. – С. 1382-1389. http://umj.imath.kiev.ua/article/?lang=ua&article=11336	Scopus

Перелік опублікованих статей, у журналах що входять до переліку фахових видань України

№	Повні дані про статті з веб-адресою електронної версії, або вихідні дані про охоронні документи; <u>підкреслити прізвища авторів</u> , зазначених у списку виконавців
1	<u>Kuzmenko T. S.</u> Curvilinear integral theorem for G-monogenic mappings in the algebra of complex

	quaternion // Int. J. Adv. Research Math. – 2016. – 6. – P. 21 – 25. https://www.researchgate.net/publication/303217786_Curvilinear_Integral_Theorem_for_G-Monogenic_Mappings_in_the_Algebra_of_Complex_Quaternion
2	<u>Шпаковский В. С.</u> Гиперкомплексные функции и точные решения одного уравнения гидродинамики // Зб. Праць Ін-ту математики НАН України. – 2017. – 14, № 1. – С. 262 – 274
3	<u>Щехорський А. Й., Герус О. Ф.</u> Контурно-тілесні властивості голоморфних функцій в опуклих областях багатовимірного комплексного простору // Зб. Праць Ін-ту математики НАН України. – Київ, 2017. – 14, № 1. – С. 275 – 285.
4	<u>Herus O. F.</u> On the Cauchy theorem for hyperholomorphic functions of spatial variable // Український математичний вісник. – 2017. – 14, № 2. – С. 153 – 160. https://sites.google.com/view/ukrainianmb/%D0%B0%D1%80%D1%85%D1%96%D0%B2-%D0%B2%D0%B8%D0%BF%D1%83%D1%81%D0%BA%D1%96%D0%B2?authuser=0
5	<u>Гришук С. В.</u> Одновимірність ядра системи інтегральних рівнянь Фредгольма для однорідної бігармонічної задачі // Зб. Праць Ін-ту математики НАН України. – Київ, 2017. – 14, № 1. – С. 128 – 139.
6	<u>Targonskii A., Targonskaya I.</u> Extremal Problems on the Generalized (l;d)-Equiangular System Points in the Case of Arbitrary Multidimensional Complex Spaces // A. Targonskii, I. Targonskaya // International Journal of Advanced Research in Mathematics. – 2017. – Vol. 9, pp. 44 – 53. https://www.scipress.com/IJARM.9.44
7	<u>Plaksa S. A., Shpakivskyi V. S.</u> Integral theorems for monogenic functions in an infinite-dimensional space with a commutative multiplication // Bulletin de la Societe des Sciences et des Lettres de Lodz. – 2018. – 68, no. 2. – P. 25 – 36.
8	<u>Shpakivskyi V. S., Kuzmenko T. S.</u> Quaternionic G-monogenic mappings in E_m // Int. J. Adv. Res. Math. – 2018. – 12. – P. 1 – 34.
9	<u>Kuzmenko T. S., Shpakivskyi V. S.</u> A theory of quaternionic G-monogenic mappings in E_3 , In: Models and Theories in Social Systems (Eds. C. Flaut etc.). – 2019. – Vol. 179. – P. 451 – 508. https://www.springer.com/la/book/9783030000837
10	<u>Gryshchuk S. V.</u> On some cases of plane orthotropy // Bulletin de la Société des Sciences et des Lettres de Łódź, Ser. Recherches sur les déformations. – 2018.– LXVIII, No. 2. – pp. 71-76.

Опубліковані тези конференцій

1. Gerus O. F. On quaternion hyperholomorphic functions of spatial variable // International Conference "Complex analysis and related topics", May 30 – June 4 2016, Abstracts, Lviv.– 2016.– P. 28 – 29.
2. Кузьменко Т. С. Про еквівалентність різних означень G-моногенних відображень // XI Літня школа "Алгебра, топологія, аналіз", 1 – 14 серпня 2016 р., Одеса, Україна: Тези доповідей. – Київ: Ін-т математики НАН України, 2016. – С. 58 – 60.

3. Kuzmenko T. S. The relation between G-monogenic mappings and partial differential equations // 5th International conference for young scientists on differential equations and applications dedicated to Ya. B. Lopatynsky, 9 – 11 November, 2016, Kyiv, Ukraine. – Vinnytsia, 2016. – P. 93 – 94.
4. Pukhtaievych R. Some properties of monogenic functions in a finite-dimensional semi-simple commutative algebra / R. Pukhtaievych// Abstracts of the 3rd International Workshop: Boundary Value Problems, Functional Equations and Applications, Rzeszów, Poland, April 20-23, 2016. - P. 52.
5. Gryshchuk S.V. Applications of hypercomplex monogenic functions in boundary value problems of the displacements' type of Plane Elasticity // Abstracts of reports of VI-th Ukrainian scientific conference "Modern Problems of Probability Theory and Mathematical Analysis", Vorokhta, Ivano-Frankivsk Oblast, Ukraine, 24 – 27 February 2016, Ivano-Frankivsk: Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, P. 73 – 74 (in Ukrainian).
6. Gryshchuk S. V. Hypercomplex monogenic functions' methods in boundary value problems related to plane elasticity // Abstracts of reports of International Conference on Differential Equations Dedicated to the 110th Anniversary of Ya. B. Lopatynsky, O. M. Buhrii, Yu.D.Golovaty (Eds.), Lviv, Ukraine, 20 – 24 September 2016. – Lviv: Ivan Franko National University of Lviv, P. 64 – 65.
7. Gryshchuk S. V. On a boundary value problem for biharmonic functions on the plane // Book of Abstracts of 5th International Conference for Young Scientists on Differential Equations and Applications dedicated to Ya. B. Lopatynsky, Kyiv, Ukraine, November 9 – 11, 2016. – Vinnytsia: Vasyl' Stus Donetsk National University, P. 69 – 70.
8. Pukhtaievych R. Series expansion for the effective conductivity of a non-ideal dilute composite // Abstracts of the 11th ISAAC congress, Vaxjo, Sweden, August 14-18, 2017. – P. 44.
9. Shpakivskiy V., Monogenic functions in finite-dimensional commutative associative algebras // Abstract of 11th ISAAC Congress, Linnaeus University, Sweden. – P. 45.
10. Pukhtaievych R. Some properties of monogenic functions in a finite-dimensional semi-simple commutative algebra // Abstracts of the 3rd Int. Workshop: BFA, Rzeszow, Poland, April 20-23, 2016/ – P. 52.
11. Гришук С. В., Плакса С. А. Бігармонічні інтеграли в крайових задачах типу задачі Шварца для моногенних функцій у напівплощині та крузі // Abstracts of reports of VII-th Ukrainian scientific conference "Modern Problems of Probability Theory and Mathematical Analysis", Vorokhta, Ivano-Frankivsk Oblast, Ukraine, 22 – 25 February 2017, Ivano-Frankivsk: Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, P. 69 – 70.
12. Gryshchuk S. V. A Schwartz-type boundary value problem for biharmonic monogenic functions// Abstracts of reports of International Conference of Young Mathematicians dedicated to the 100th anniversary of Academician of NAS of Ukraine, Professor Yu. O. Mitropolskiy (1917-2008), June 7 – 10 2017. – Kyiv: Institute of Mathematics of NAS of Ukraine Kyiv, Ukraine, 2017. – P. 68.
13. Gryshchuk S. V. Displacements-type boundary value problem of isotropic medium and monogenic functions// Abstracts of reports of IV International Scientific Conference "Modern Problems of Mechanics", Kyiv, Ukraine, 28 – 29 August 2017. – Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2017. – P. 29.
14. Plaksa S. A. Monogenic functions and axial-symmetric potential flows // IECMSA-2018: 7th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, Kyiv, Ukraine, August 28 – 31, 2018: Abstr. – P. 9 – 10.
15. Гришук С. В. "Аналітичні" функції у комплексних алгебрах другого рангу, асоційовані з рівняннями знаходження функцій напружень при певних ортотропіях // у: "Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках і інформаційних технологіях": Матеріали міжнародної наукової конференції "Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках і інформаційних технологіях", присвяченої 50-річчю факультету

математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, 17-19 вересня 2018 р. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2018. – С. 56.

16. Gryshchuk S. V. On the homogeneous biharmonic boundary value problem. In: "Analytic methods of analysis and differential equations": Materials of the 9th International Workshop (AMADE-2018) dedicated to the memory of professor A. A. Kilbas (1948-2010), September 17 -21, 2018, Minsk, Belarus.– Minsk: IM NAS of Belarus, 2018. – P. 25.

Інші публікації

1. Luna-Elizarraras M. E., Shapiro M. and Shpakivskyi V. On the Hausdorff analyticity for quaternion-valued functions // Complex Analysis and Operator Theory, <https://link.springer.com/article/10.1007/s11785-018-0856-8>.
2. Кузьменко Т. С. Моногенні відображення в алгебрі комплексних кватерніонів. – Дис. ... канд. фіз.-мат. наук. – Київ, 2018. – 130 с.
3. Тищенко А. М. Алгебра дуальних чисел та її застосування в механіці // Науковий пошук молодих дослідників. Вип. 11. – Житомир, 2018. – С.177 – 179.