



Всеукраїнська олімпіада для професійної
орієнтації вступників на основі повної загальної
середньої освіти з МАТЕМАТИКИ – 2019



I (дистанційний) етап

Інструкція. Уважно ознайомтеся з умовами завдань 1-10. Розв'яжіть їх.
Одержані відповіді позначте у бланку відповідей.

1. Спростіть вираз:

$$\frac{1}{3b-1} - \frac{27b^3 - 3b}{9b^2 + 1} \cdot \left(\frac{3b}{9b^2 - 6b + 1} - \frac{1}{9b^2 - 1} \right)$$

2. Між числами 7 і 224 вставте чотири таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію.

3. Розв'яжіть рівняння: $2\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$.

4. Розв'яжіть нерівність $3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1 \geq 0$.

5. Розв'яжіть рівняння: $\log_3(x-3) + \log_3(x-1) = 1$.

6. Знайдіть площу фігури, яка обмежена параболою $y = 3x - x^2$, дотичною, проведеною до даної параболи в точці з абсцисою $x_0 = 3$, та віссю ординат.

7. Знайдіть первісну функції $f(x) = 8x^3 + 3x^2 - 2$, графік якої проходить через точку $A(-1; 2)$.

8. Знайдіть радіус кола, діаметром якого є відрізок MK , якщо $M(14;12)$ і $K(-10;2)$.

9. У ромбі одна з діагоналей дорівнює стороні. Знайдіть більший кут ромба.

10. В основі трикутної піраміди лежить прямокутний трикутник, один із катетів якого дорівнює 3 см, а прилеглий до нього гострий кут – 30° . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 60° . Визначте об'єм піраміди.