



ЖИТОМИРСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРИЇ



БЛАНК ЗАВДАНЬ
I (дистанційного) туру
Всеукраїнської олімпіади
Житомирського державного
університету імені Івана Франка
для професійної орієнтації
вступників на основі повної
загальної середньої освіти з
МАТЕМАТИКИ
2022

Завдання 1. Спростіть вираз: $\left(\sqrt{a} + \frac{b - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) \div \left(\frac{a}{\sqrt{ab} + b} + \frac{b}{\sqrt{ab} - a} - \frac{a + b}{\sqrt{ab}}\right)$.

Завдання 2. З молока виходить 20 % вершків, з вершків – 25 % масла. Скільки кілограмів молока потрібно взяти, щоб вийшло 100 кг масла?

Завдання 3. Обчисліть значення виразу: $-\log_2 \log_4 \sqrt[8]{\sqrt{\sqrt{2}}}$.

Завдання 4. Розв'яжіть рівняння: $5 \sin \frac{x}{2} + \cos x = 3$.

Завдання 5. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} x + 3xy + y = 9 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

Завдання 6. Знайдіть найбільше та найменше значення функції $y = \sqrt{x \cdot (26 - x)}$ на відрізку $[0; 26]$.

Завдання 7. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = \sin x$, $y = \cos x$,
 $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$.

Завдання 8. Знайдіть відношення площ правильних трикутника, квадрата та шестикутника, периметри яких рівні.

Завдання 9. Точка віддалена від усіх вершин прямокутного трикутника на 6,5 см. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника, якщо його катети дорівнюють 3 см та 4 см.

Завдання 10. Знайдіть, при якому значенні параметра a рівняння $|x^2 - 4x - 5| = a$ має рівно три розв'язки.